Addition von komplexen Strömen unterschiedlicher Frequenzen

[…] Die bisher angewendete komplexe Wechselstromrechnung findet jedoch im Frequenzbereich statt, welcher auf der Verwendung genau einer Frequenz basiert. Aus diesem Grund können komplexe Ströme unterschiedlicher Frequenzen nicht ohne weiteres addiert werden. Dies ist erst nach der inversen Laplace-Transformation in den Zeitbereich möglich.

Im Folgenden Beispiel sollen nun zwei komplexe Ströme unterschiedlicher Frequenz addiert werden. Die Notation erfolgt nach (0.1) für einen komplexen Effektivwert in Polarform mit dem Effektivwert als Betrag und dem Phasenwinkel als Argument.

$$\underline{I}_k = I_{\mathrm{k}} \cdot e^{j\varphi_i} \tag{0.1}$$

Es soll die Grundschwingung $\underline{I}_{k1}$ und deren 3. Harmonische $\underline{I}_{k3}$ mit einer Phasenverschiebung von $\varphi = 90° = \pi/2$ und der dreifachen Kreisfrequenz addiert werden.

$$\underline{I}_{k1} = 0{,}9 \qquad\qquad \underline{I}_{k3} = 0{,}3 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

Zum Vergleich werden die beiden Ströme getrennt einmal im Zeitbereich und einmal im Frequenzbereich (komplex) addiert. Die Transformation eines komplexen Effektivwertes in den Zeitbereich (Momentanwert) mit der entsprechenden Kreisfrequenz ω_k erfolgt nach (0.2).

$$i_{\mathrm{k}}(t) = \sqrt{2} \cdot \left|\underline{I}_k\right| \cdot \sin\left(\omega_k t - \arg\left(\underline{I}_k\right)\right) \tag{0.2}$$

Die im Frequenzbereich komplex addierten Ströme werden anschließend unter Zuhilfenahme nur einer Kreisfrequenz in den Zeitbereich transformiert und dargestellt.

Addition im Frequenzbereich:	$\underline{I} = \underline{I}_{k1} + \underline{I}_{k3}$
Addition im Zeitbereich:	$i(t) = i_{\mathrm{k1}}(t) + i_{\mathrm{k3}}(t)$

In den resultierenden Diagrammen in Abbildung 1 erkennt man die völlig unterschiedlichen Verläufe der beiden Summierten Ströme. Jedoch ist ebenfalls zu erkennen, dass deren Phasenverschiebung vergleichbar ist.

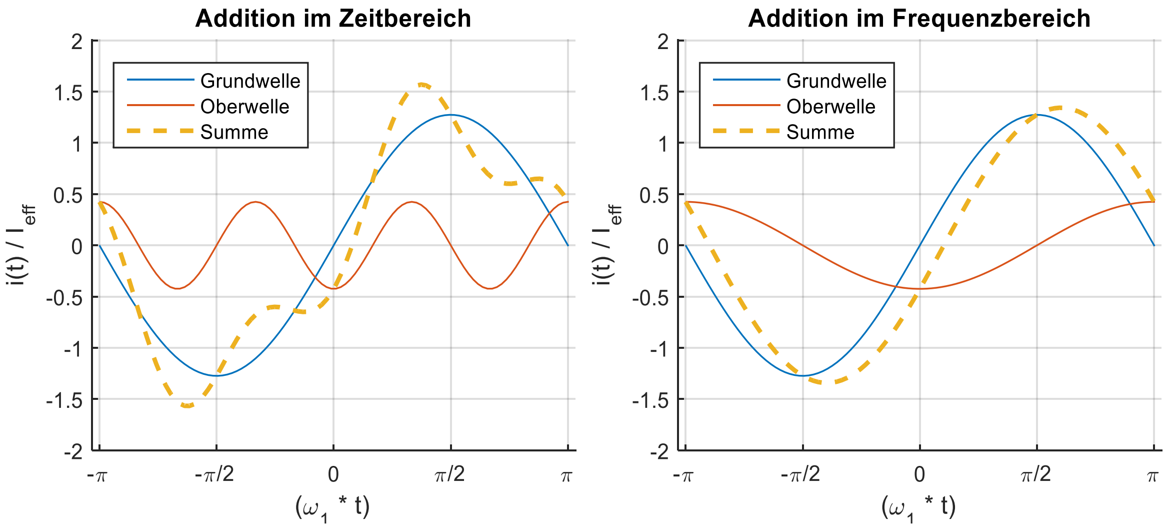

Abbildung 1, Vergleich Addition im Zeitbereich und im Frequenzbereich

Bildet man nun die Effektivwerte der beiden Summen im Zeitbereich mittels (0.3), erhält man jeweils $I_{\text{eff}} = 0{,}949$. Für Phasenverschiebungen von weniger als $\varphi = \pi/2$ weist die komplex addierte Funktion fälschlicherweise einen etwas größeren Effektivwert auf, jedoch besitzen die Oberwellen im betrachteten Frequenzband praktisch alle eine Phasenverschiebung von etwa $\varphi = \pi/2$. Um den Effektivwert von komplexen Strömen im Frequenzbereich richtig zu addieren, muss dies nach (0.4) geschehen.

Effektivwertbildung im Zeitbereich:

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [i_{\text{k1}}(t) + i_{\text{k3}}(t)]^2 \, dt} \qquad (0.3)$$

Effektivwertbildung im Frequenzbereich:

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{{I_{\text{k1,eff}}}^2 + {I_{\text{k3,eff}}}^2} \qquad (0.4)$$

Fazit dieses Vergleiches ist, dass für den betrachteten Fall eine einfache Aufsummierung der komplexen Eingangsströme hinreichend genau ist, um den Einfluss der Oberwellen auf die Übertragungsfunktion abzuschätzen.

Auszug aus:
„Entwicklung einer Entwurfsmethodik zur kontaktlosen Energieübertragung auf ein eng gekoppeltes, rotierendes System“, Erik Herkenrath, 2014