

t := 0ms, 0.005ms.. 20ms

Testsignal

$$f_s := 1\text{kHz} \quad T_s := \frac{1}{f_s} = 1 \times 10^{-3}\text{s}$$
$$f(t) := \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t)$$

Testsignal

Abtastung

$$m_1 := 2.2$$

Faktor Abtastfrequenz zu Testsignalfrequenz

$$f_{A1} := m_1 \cdot f_s = 2.2\text{kHz} \quad T_{A1} := \frac{1}{f_{A1}} = 0.455\text{ms}$$

$$u_{A1}(t) := f \left(\text{floor} \left(\frac{t + \frac{T_{A1}}{2}}{T_{A1}} \right) \cdot T_{A1} \right)$$

Abgetastetes Testsignal (Rechteck)

$$T_{\text{sampled}} := \begin{cases} n \leftarrow 1 \\ m \leftarrow 1 \\ \text{while } n \cdot T_{A1} \neq m \cdot T_s \\ \quad \begin{cases} n \leftarrow n + 1 & \text{if } n \cdot T_{A1} < m \cdot T_s \\ m \leftarrow m + 1 & \text{otherwise} \end{cases} \\ n \cdot T_{A1} \end{cases} = 5 \cdot \text{ms}$$

Periodenendauer des abgetasteten Signals

$$\omega_{01} := \frac{2\pi}{T_{\text{sampled}}}$$

Kreisfrequenz des abgetasteten Signals

$$n_{\text{fourier}} := \text{floor} \left(\frac{T_{\text{sampled}}}{2T_{A1}} \right) = 5 \quad \rightarrow \quad n := 1, 2, \dots, n_{\text{fourier}}$$

Anzahl der benötigten Fourier-Koeffizienten für idealen Tiefpassfilter bei halber Abtastfrequenz

Abtastung

Fourier-Reihenentwicklung

Berechnung der Koeffizienten

$$a_{0A1} := \frac{2}{T_{\text{sampled}}} \int_0^{T_{\text{sampled}}} u_{A1}(t) dt$$

$$a_{A1}(n) := \frac{2}{T_{\text{sampled}}} \int_0^{T_{\text{sampled}}} u_{A1}(t) \cdot \cos(n \cdot \omega_{01} \cdot t) dt$$

$$b_{A1}(n) := \frac{2}{T_{\text{sampled}}} \int_0^{T_{\text{sampled}}} u_{A1}(t) \cdot \sin(n \cdot \omega_{01} \cdot t) dt$$

$$a_{0A1} = 0$$

$$a_{A1}(n) =$$

-9.311·10 ⁻⁶
-1.727·10 ⁻⁵
0
0
-1.726·10 ⁻¹⁵

$$b_{A1}(n) =$$

-1.786·10 ⁻⁴
-3.525·10 ⁻⁵
-2.447·10 ⁻³
-4.066·10 ⁻⁵
0.693

Fourier-Reihenentwicklung

Auswertung

$$f(t)$$

$$u_{A1}(t)$$

$$a_{0A1} + \sum_{i=1}^{n_{\text{fourier}}} (a_{A1}(i) \cdot \cos(i \cdot \omega_{01} \cdot t) + b_{A1}(i) \cdot \sin(i \cdot \omega_{01} \cdot t))$$

$$\frac{2}{3 \cdot m_1 - 1} \cdot \text{floor}\left(\frac{t}{T_{A1}}\right) - 1$$

