4.3.2. Approximationen

4.3.2.1. Vorschriften im Zeitbereich

Grundaufgabe

Approximation einer vorgegebenen (idealen) Impulsantwort $g_i(t)$ durch eine zulässige Impulsantwort $g(t)$.
Einschränkung: Approximation im Frequenzbereich.

Methode

$\mathrm{LT}\,[g_i(t)] = T_i(p)$ durch eine zulässige Übertragungsfunktion ersetzen. Praktischer Weg: Reihenentwicklungen geeignet abbrechen. Nachteile sind:

- fehlende Garantie für ein zulässiges $T(p)$ in jedem Fall.
- Die Abweichungen im Zeitbereich (Zeitfehler) können nicht vorgeschrieben werden.

Spezielles Verfahren der Potenzreihenentwicklung:

$$\mathrm{LT}\ [g_i(t)] = T_i(p)$$

wird als Potenzreihe, d. h.

$$T_i(p) = c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + c_3 p^3 + \ldots$$

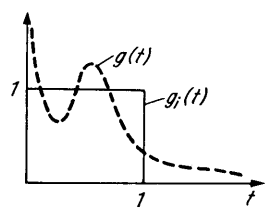
dargestellt und mit einem

$$T(p) = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \ldots + a_m p^m}{1 + b_1 p - b_2 p^2 + \ldots + b_n p^n} \quad (n \geqq m) \text{ verglichen,}$$

das *möglicherweise* eine zulässige Übertragungsfunktion ist.

Beispiel

Approximation eines Rechteckimpulses.
Gegeben: $g_i(t)$ wie skizziert.
Gesucht: $T(p)$ mit Nennergrad 3.



Lösung:

$$\mathrm{LT}\ [g_i(t)] = T_i(p) = \frac{1 - \mathrm{e}^{-p}}{p} = 1 - \frac{1}{2}\,p + \frac{1}{6}\,p^2 - \frac{1}{24}\,p^3 + \frac{1}{120}\,p^4 - + \ldots$$

ist zu vergleichen mit ($n - m = 1$ folgt aus dem Grenztheorem)

$$T(p) = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3}.$$

Durch 6 Glieder der Potenzreihe ist ein spezielles simultanes Gleichungssystem gegeben, das die Ermittlung der zunächst unbekannten a_μ und b_ν ermöglicht. Das zahlenmäßige Ergebnis lautet

$$T(p) = \frac{2\,(60 + p^2)}{120 + 60p + 12p^2 + p^3}$$

mit einem $g(t)$-Ist-Verlauf, wie im Bild gestrichelt eingetragen ist.