

Kettenglieder und ihre Vertauschung

Kettenmatrix System 1

$$B = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_2} & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix}$$

Kettenmatrix System 2

$$C = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_3}{Z_4} & Z_3 \\ \frac{1}{Z_4} & 1 \end{bmatrix}$$

Gesamtmatrix

$$A = B \cdot C = \begin{bmatrix} \left(\frac{Z_1}{Z_2} + 1\right) \cdot \left(\frac{Z_3}{Z_4} + 1\right) + \frac{Z_1}{Z_4} & Z_1 + Z_3 \cdot \left(\frac{Z_1}{Z_2} + 1\right) \\ \frac{1}{Z_4} + \frac{Z_3}{Z_2} & \frac{Z_3}{Z_2} + 1 \end{bmatrix}$$

$$U_1 = A_{11} \cdot U_2 + A_{12} \cdot I_2$$

$$I_1 = A_{21} \cdot U_2 + A_{22} \cdot I_2$$

Übertragungsfunktion
bei $I_2 = 0$

$$G(s) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{A_{11}}$$

Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{A_{11}} = \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2} + 1\right) \cdot \left(\frac{Z_3}{Z_4} + 1\right) + \frac{Z_1}{Z_4}}$$

Variante 1 (RL + RC)

$$Z_1 = s \cdot L \quad Z_3 = R_2$$
$$Z_2 = R_1 \quad Z_4 = \frac{1}{s \cdot C}$$

Übertragungsfunktion

$$G_1(s) = \frac{1}{(R_2 \cdot C \cdot s + 1) \cdot \left(\frac{L \cdot s}{R_1} + 1\right) + C \cdot L \cdot s^2}$$

Übertragungsfunktion

$$G_1(s) = \frac{1}{1 + T_1 \cdot s + T_2^2 \cdot s^2}$$

Zeitkonstanten

$$T_1 = R_2 \cdot C + \frac{L}{R_1}$$

$$T_2^2 = C \cdot L + \frac{R_2 \cdot C \cdot L}{R_1}$$

Schwingbedingung

$$D = \frac{T_1}{2 \cdot T_2} < 1$$

$$D = \frac{\frac{L}{R_1} + R_2 \cdot C}{2 \cdot \sqrt{C \cdot L + \frac{R_2 \cdot C \cdot L}{R_1}}} < 1$$

Beispiel 1

$$L := 10 \text{ mH}$$

$$C := 0.1 \text{ }\mu\text{F}$$

$$R_1 := 2000 \text{ }\Omega$$

$$R_2 := 100 \text{ }\Omega$$

$$D := \frac{\frac{L}{R_1} + R_2 \cdot C}{2 \cdot \sqrt{C \cdot L + \frac{R_2 \cdot C \cdot L}{R_1}}} = 0.231$$

$$T_2 := \sqrt{C \cdot L + \frac{R_2 \cdot C \cdot L}{R_1}}$$

Eigenkreisfrequenz

$$\omega_0 := \frac{1}{T_2} = (3.086 \cdot 10^4) \frac{1}{\text{s}}$$

Eigenfrequenz

$$f_0 := \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = 4.912 \text{ kHz}$$

Variante 2 (RC+RL)

$$Z_1 = R_1 \quad Z_3 = s \cdot L$$

$$Z_2 = \frac{1}{s \cdot C} \quad Z_4 = R_2$$

Übertragungsfunktion

$$G_2(s) = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + R_1 \cdot C \cdot s + \frac{L \cdot s}{R_2} + \frac{R_1 \cdot C \cdot L \cdot s^2}{R_2} + 1}$$

Übertragungsfunktion

$$G_2(s) = \frac{K_S}{1 + T_1 \cdot s + T_2^2 \cdot s^2}$$

$$K_S = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Zeitkonstanten

$$T_1 = \frac{L + R_1 \cdot R_2 \cdot C}{R_1 + R_2}$$

$$T_2^2 = \frac{R_1 \cdot C \cdot L}{R_1 + R_2}$$

Schwingbedingung

$$D = \frac{T_1}{2 \cdot T_2} < 1$$

$$D = \frac{L + R_1 \cdot R_2 \cdot C}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot \sqrt{\frac{R_1 \cdot C \cdot L}{R_1 + R_2}}} < 1$$

Beispiel 2

$$L := 10 \text{ mH}$$

$$C := 0.1 \text{ }\mu\text{F}$$

$$R_1 := 100 \text{ }\Omega$$

$$R_2 := 2000 \text{ }\Omega$$

$$D := \frac{L + R_1 \cdot R_2 \cdot C}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot \sqrt{\frac{R_1 \cdot C \cdot L}{R_1 + R_2}}} = 1.035$$

Beispiel 3

$$L := 6 \text{ mH}$$

$$C := 0.029 \text{ }\mu\text{F}$$

$$R_1 := 100 \text{ }\Omega$$

$$R_2 := 2000 \text{ }\Omega$$

$$D := \frac{L + R_1 \cdot R_2 \cdot C}{2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot \sqrt{\frac{R_1 \cdot C \cdot L}{R_1 + R_2}}} = 0.976$$