

Innenwiderstand von Messgeräten

1. Versuchszweck

Ziel des Versuches ist, zu zeigen, daß der Einsatz von Messgeräten nicht nur wohl durchdacht sein muß, sondern auch die Ergebnisse ganz erheblich vom Messaufbau und den Eigenschaften der Geräte abhängen.

Eine scheinbar triviale Spannungsmessung zeigt dies recht eindrucksvoll.

2. Messtechnik und Messgeräte

Das Experiment ist in der Physik ein wichtiges Instrument, wenn es darum geht, alltägliche oder spezielle Beobachtungen aus allen Bereichen der Naturwissenschaften unter kontrollierten Bedingungen (also z.B. in einem Labor) nachzustellen. So ist es häufig überhaupt erst möglich, Messungen anzustellen, und aus den Messgrößen und deren Abhängigkeiten und Verläufen auf resultierende Gesetzmäßigkeiten schließen zu können.

Gerade bei physikalischen Größen, die mit den menschlichen Sinnen nicht wahrgenommen werden können, aber auch um qualitative Aussagen zu einer Größe machen zu können, bedient man sich unterschiedlichster Messgeräte und Verfahren. Dabei geht man scheinbar selbstverständlich von der Verlässlichkeit der so gewonnenen Messwerte aus, was aber keinesfalls so sicher ist.

Erfahrene Elektrotechniker wissen:

"Wer misst, misst Mist!"

Damit ist gemeint, daß ganz allgemein in der Physik jede Messung einer Größe direkten Einfluss auf die Versuchsanordnung und die beteiligten Größen selbst nimmt. Und damit natürlich letztlich: Jede Messung einer Größe verändert die Größe selbst. Das scheint dem Sinn der eigentlichen Messung entgegen zu stehen, ist jedoch schlicht und einfach als gegebener Umstand hinzunehmen und folglich bei der Auswertung und Interpretation zu beachten.

Ein Beispiel aus dem Alltag:

Die Temperatur einer Tasse Kaffee soll gemessen werden. Nun glaubt man ja, das ist einfach: Thermometer in die Tasse halten und nach einer gewissen Zeit ablesen. Nimmt man es jedoch ganz genau, dann hat man schon damit die Messung verfälscht, denn es ist anzunehmen, daß das kalte Thermometer den Kaffee zusätzlich abkühlt und so eine zwar korrekte augenblickliche Temperatur zeigt, diese jedoch ohne Messung ganz anders ausgesehen hätte! Der Einfluss wird im täglichen Leben bei dieser Messung zwar gering ausfallen, aber er ist unweigerlich da und

zeigt schnell das Hauptproblem von Messungen ganz allgemein. Hätte ein Infrarotthermometer hier wohl eine unabhängigere Messung erlaubt?

Generell treten also immer Messfehler, oder besser gesagt: Messabweichungen¹ auf, die unterschiedlichen Ursprung haben, letztlich aber immer zum gleichen Ergebnis führen: Eine exakte Messung gibt es nicht!

Man unterscheidet zwischen dem "wahren Wert", dem "richtigen Wert" und schließlich dem "angezeigten Wert" einer Messung.

Der *wahre Wert*, interessiert uns zwar am meisten, ist jedoch, wie bereits angedeutet nicht zu ermitteln und damit häufig einfach unbekannt.

Der *richtige Wert* ist eine Größe, die eine fehlerfreie Messanordnung anzeigen würde oder auch der Vergleich mit einem Normal - Zusammengefasst: eine dem wahren Wert sehr nahe kommende Größe - aber eben nur nahe kommend!

Der *angezeigte Wert* ist der von einer Messanordnung ermittelte Messwert, also das, was ein Messgerät anzeigt - daher ja der Name.

Im Zusammenhang mit der Angabe von Messfehlern ergeben sich daraus zwei weitere Angaben:

1) Absolute Abweichung

Der absolute Fehler einer Messung ist die Abweichung von angezeigtem zu richtigem Wert.

$$F_{\text{absolut}} = x_a - x_r$$

mit: x_r richtiger Messwert

x_a angezeigter Messwert

2) Relative Abweichung

Der relative Fehler einer Messung wird durch folgende Gleichung mit dem angezeigten Wert prozentual vom richtigen Wert bestimmt:

$$f_{\text{relativ}} = \left(\frac{x_a}{x_r} - 1 \right) \cdot 100\%$$

mit: x_r richtiger Messwert

x_a angezeigter Messwert

¹ vgl. dazu DIN 1319

Genauen Versuchsauswertungen liegen immer Fehlerberechnungen² zugrunde. Hier wird versucht, mathematisch Fehler der Messung und des Versuchsaufbaus zu erfassen und bei der Auswertung zu berücksichtigen. Man erhält so eine gewisse Bandbreite, in deren Grenzen sich der wahre Wert mit größter Wahrscheinlichkeit befindet³.

Es gibt zahlreiche Quellen für Messabweichungen und grob lassen sich diese nochmals unterteilen in die sog. systematischen Messabweichungen und die sog. zufälligen Messabweichungen. Kurz noch zu deren Unterscheidung:

1) Systematische Messabweichungen

Diese Abweichungen ließen sich - manchmal zwar nur sehr schwer, aber immerhin, ermitteln. Sie treten systematisch, also reproduzierbar, immer wieder gleich auf. Eine Uhr, die 5 Minuten nach geht, und diese Abweichung bekannt ist, liefert ja dennoch eine recht exakte Zeitangabe, denn zum richtigen Ergebnis ist diese Abweichung nur entsprechend zu berücksichtigen! Und wenn die Abweichung schon bekannt ist, würde durch Nachstellen der Uhr, der Fehler sogar direkt zu beseitigen sein.

Durch systematische Fehler wird ein Messwert immer zunächst UNRICHTIG!

2) Zufällige Messabweichungen

Diese Abweichungen sind immer ärgerlich, weil nicht so einfach zu erfassen und schlimmer noch: Sie treten eben nicht reproduzierbar auf. Selbst bei einer Wiederholungsmessung unter scheinbar gleichen Bedingungen treten unterschiedliche Werte auf, man sagt auch, die Werte streuen. Hierzu zählt z.B. der sog. Parallaxe-Fehler beim Ablesen einer analogen Anzeige, einfach dadurch, das unter verschiedenen Blick-Winkeln, unterschiedliche Werte auf der Skale durch Deckung mit dem davor stehenden Zeiger ermittelt werden können. Aber auch Schwankungen der Messbedingungen während der Messung gehören zu solchen auch "statistisch" genannten Fehlern, beispielsweise weil während einer Temperaturmessung jemand durch Öffnen einer Tür einen Luftzug erzeugt, der die Messung zufällig beeinflusst.

Durch zufällige Fehler wird ein Messwert immer UNSICHER!

3. Versuchsidee

Eine Reihenschaltung von drei Widerständen wird an eine Spannungsquelle angeschlossen. Sind alle Widerstände gleich groß, wird sich nach den Gesetzmäßigkeiten der Reihenschaltung von Widerständen die Spannung der Quelle gleichmäßig auf die Widerstände aufteilen; an jedem Widerstand liegt also die

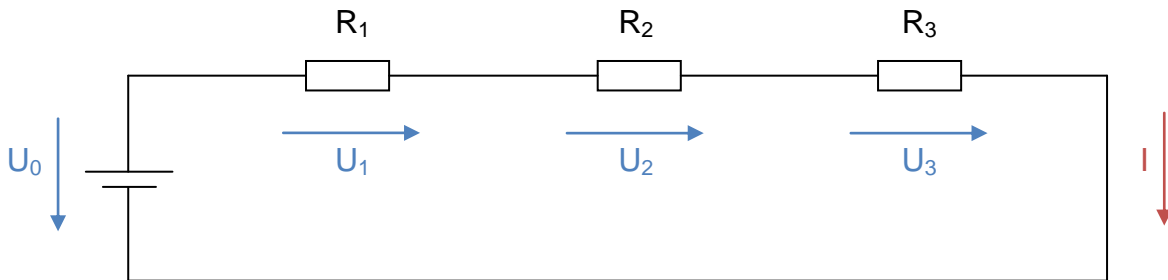
² vgl. dazu in einschlägiger Literatur (Mathematik)

³ sog. Fehlergrenzen

gleiche Spannung (jeweils 1/3 der Quellenspannung) an. Soviel zur Theorie. Mit unterschiedlichen Messgeräten wird dieses Verhalten nun überprüft - d.h. die Spannungen werden gemessen.

4. Grundlagen zum Versuch

Eine Reihenschaltung von drei gleichen Widerständen wird aufgebaut und mit einer Spannungsquelle verbunden:



Bei der Reihenschaltung von ohmschen Widerständen gilt nach der Kirchhoffschen Maschenregel für die an den Widerständen anliegenden Teilspannungen:

$$U_{gesamt} = U_0 = \sum_{n=1}^N U_n = U_1 + U_2 + U_3$$

An den Widerständen gilt gleichzeitig, nach dem Ohmschen Gesetz:

$$R = \frac{U}{I} \quad \text{oder:} \quad I = \frac{U}{R}$$

Und da I ja in der Reihenschaltung an jeder Stelle gleich groß ist (besser: den selben Betrag hat), kann man auch schreiben:

$$I_{gesamt} = I_1 = I_2 = I_3 \quad \text{oder:}$$

$$\frac{U_{gesamt}}{R_{gesamt}} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3}$$

Sind die Widerstände dazu noch gleich, d.h. alle haben den selben Wert (Betrag), dann ist R_{gesamt} in diesem Fall gleich $3R$ (Reihenschaltung von Widerständen!) aus:

$$R_{gesamt} = R_1 + R_2 + R_3 \quad \text{mit:} \quad R_1 = R_2 = R_3 = R$$

$$R_{gesamt} = 3R$$

und für die Spannungen gilt dann:

$$\text{aus:} \quad \frac{U_{gesamt}}{R_{gesamt}} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3}$$

wird:
$$\frac{U_{gesamt}}{3R} = \frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} = \frac{U_3}{R}$$

R kürzt sich heraus
und mit 3 multipliziert

folgt:
$$U_{gesamt} = 3 U_1 = 3 U_2 = 3 U_3$$

oder:
$$U_1 = U_2 = U_3 = \frac{1}{3} U_{gesamt}$$

Bei den drei gegebenen Widerständen liegt dann je 1/3 der Quellenspannung an jedem Widerstand an.

Eine Quellenspannung U_0 (definitionsgemäß hier auch U_{gesamt}) teilt sich hier also gleichmäßig auf die Widerstände auf, wobei deren Wert dafür unerheblich ist (solange er nicht gleich 0 wird, denn dann sind ja auch keine Widerstände mehr da, an denen irgend eine Spannung abfallen könnte!⁴)

5. Versuchsmaterial

Je nach Verfügbarkeit und Ausstattung der Physiksammlung sind folgende Geräte für die Durchführung des Experiments erforderlich. Dabei unterscheiden sich die Lehrmittel unterschiedlicher Hersteller nur unwesentlich, der Effekt der Anordnung wird hiervon nicht beeinflusst:

1) Netzgerät

hier Typ: Phywe 07475



Gleichspannungsausgang:

Buchsenpaar LINKS (rot und blau)

Spannung auf 15V einstellen

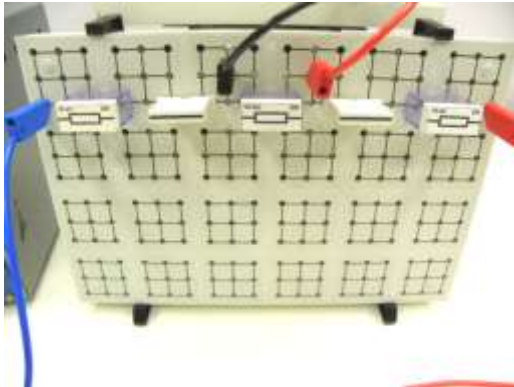
Alternativ: jedes andere, beliebige
Netzteil mit 15V Gleichspannung.

Stromentnahme bei diesem
Versuch: max. 5 - 10 mA

⁴ P.S. Würde der Widerstand unendlich groß, dann wären ja praktisch keine Verbindungsleitungen mehr da - geht also auch nicht sinnvoll! Hier wäre nach dem ohmschen Gesetz $I=0$; d.h. kein Strom = keine Verbindung

2) Experimentier-Aufbau mit drei Widerständen à 1 k Ω

hier Typ: STE-Elektroniksystem Leybold Didactic



1x Rastersteckplatte A4 mit Stützfüßen
(57674/57677)

3x STE-Widerstand 10k Ω STE 2/19
(57744)

2x STE-Brückenstecker STE 2/19
(50148)

Alternativ: Jedes beliebige System
oder einzelne Widerstände mit je 1/4W

3) Sammlung von Spannungsmessgeräten, Messbereich: 0-10V DC

Typen, je nach Verfügbarkeit und Ausstattung.

Hier im Versuch werden eingesetzt:



Demo-Multimeter, aktiv
Typ: Leybold-Didactic (531900)

Messbereich:

Skale: 0-10
Bereich: V =

Eingangsimpedanz: 10M Ω



Demonstrations-Messgerät
Typ: AS (Leybold) 12637

Messbereich:

3V = (obere, schwarze Skale, links)

Eingangsimpedanz: 1k Ω /V



Tisch-Digitalmultimeter
Typ: Mastech M9803R

Messbereich:

V = (Auto Range)

Eingangsimpedanz: $10\text{M}\Omega$, $< 100\text{pF}$



Drehspulmessgerät (Multimeter)
Typ: Staub & Co (20962)

Messbereich:

Gleichspannung: oberer Schieber in
Position 1 (von links)

10V: unterer Schieber in V-Bereich 10

Eingangsimpedanz: $10\text{M}\Omega$



Gleichspannungs-Voltmeter 10V
Drehspulmessgerät

Eigenbau, aus Weigel (PQ96K)

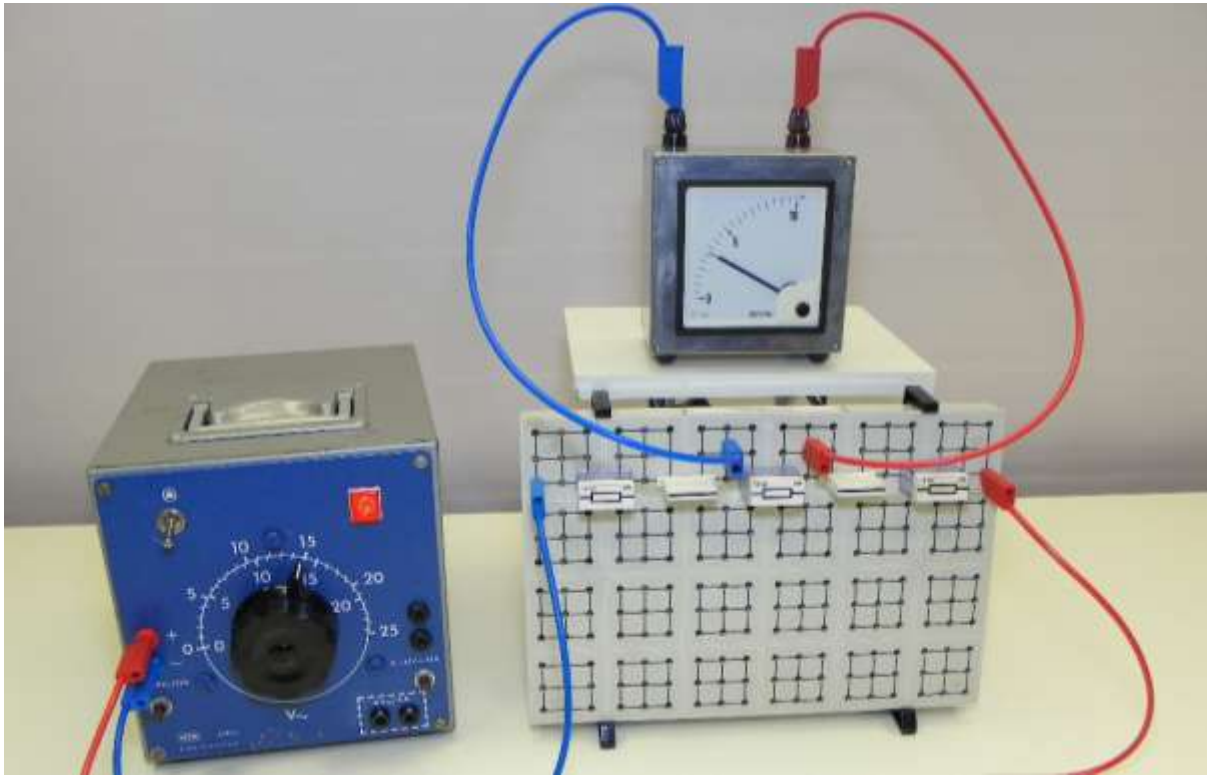
Eingangsimpedanz: $10\text{k}\Omega$

Von einem Messgerätetypen mit möglichst hohem Innenwiderstand sind zur Abschließenden Visualisierung der Effekte drei gleiche Geräte wünschenswert - sofern vorhanden. Hier wird das elektronische Tischmultimeter Mastech M9803R eingesetzt, da es einen übersichtlichen Aufbau erlaubt.

Zusätzlich: Messleitungen

6. Versuchsaufbau

Die Geräte werden wie nachfolgend abgebildet aufgestellt und zueinander ausgerichtet:



7. Versuchsdurchführung

Ein beliebiges Voltmeter wird mit einem der drei Widerstände verbunden, um dessen Spannung zu messen; vorzugsweise der mittlere, also R_2 .

Am Netzgerät wird eine Ausgangsspannung von $U_0 = 15V$ eingestellt.⁵

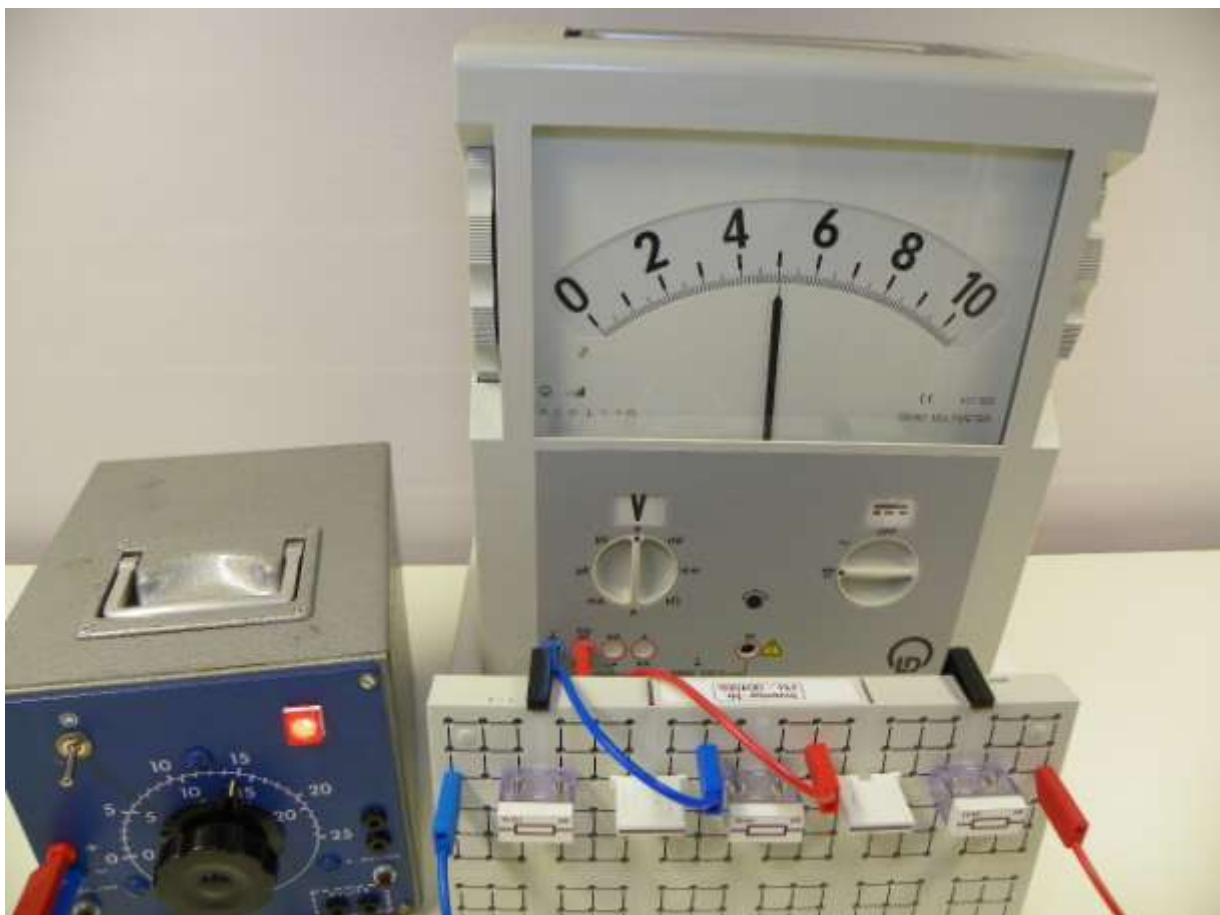
Der Reihe nach werden die Voltmeter mit dem mittleren Widerstand verbunden, und sollten nach den Vorüberlegungen bei einer Quellenspannung von 15V jeweils 5V für R_2 anzeigen (vgl. Kap. 4 aus letzter Gleichung: $U_1 = U_2 = U_3 = \frac{1}{3} U_{\text{gesamt}}$)

Das würde natürlich analog auch jeweils für U_1 an R_1 und für U_3 an R_3 gelten.

Die Ergebnisse sollten notiert werden.

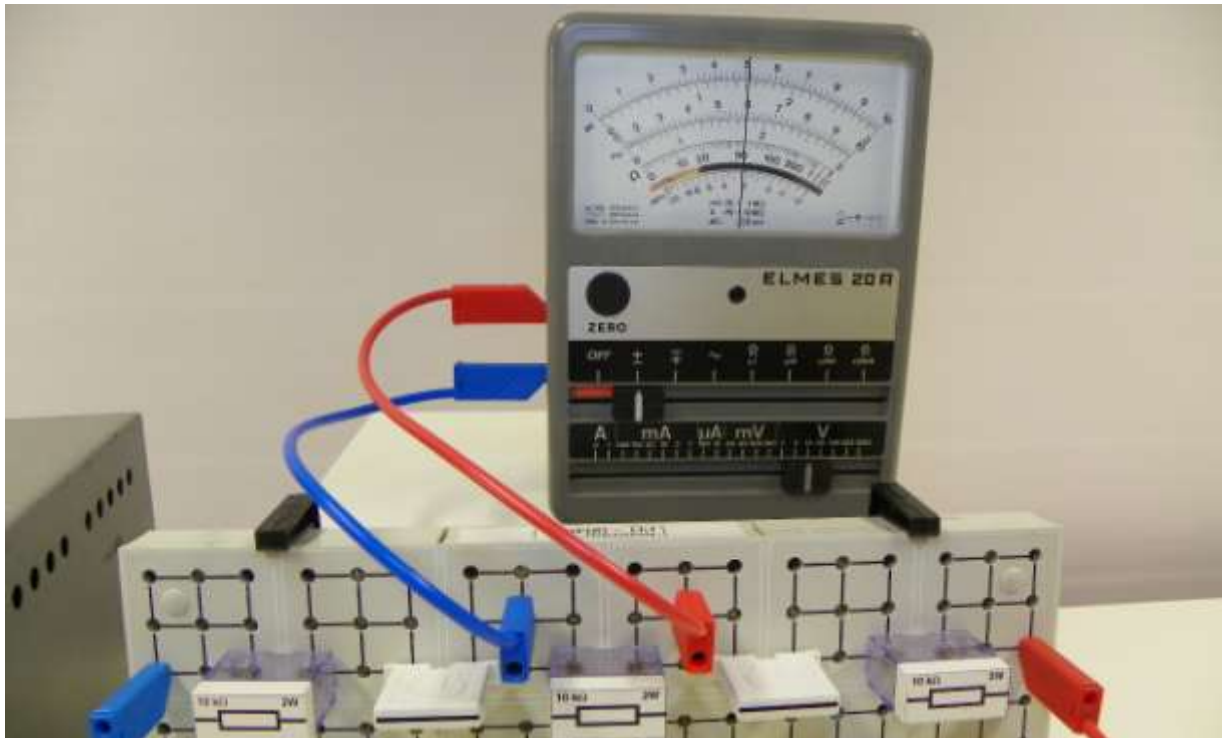
Die Anzeige, bei sonst unverändertem Aufbau brachte hier folgende Werte:

1) Demo-Multimeter, aktiv Typ: Leybold-Didactic (531900)

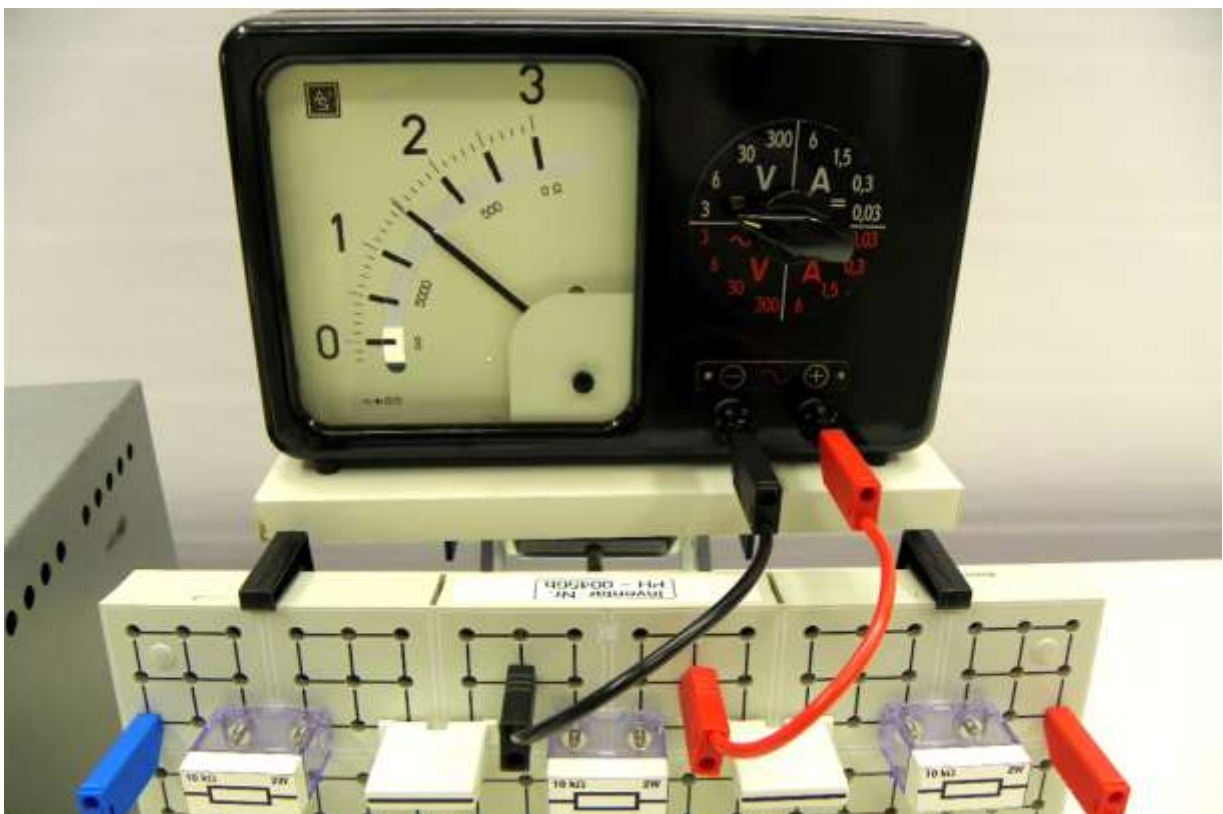


$U_2 = 5V$

⁵ Die Stromaufnahme wird relativ gering ausfallen, da gilt: $I_{\text{gesamt}} = U_{\text{gesamt}} / R_{\text{gesamt}} = 15V / (3 \cdot 10k\Omega) = 0,5mA$, könnte jedoch noch auf max. 0,6mA steigen, was später der Versuch noch zeigen wird.

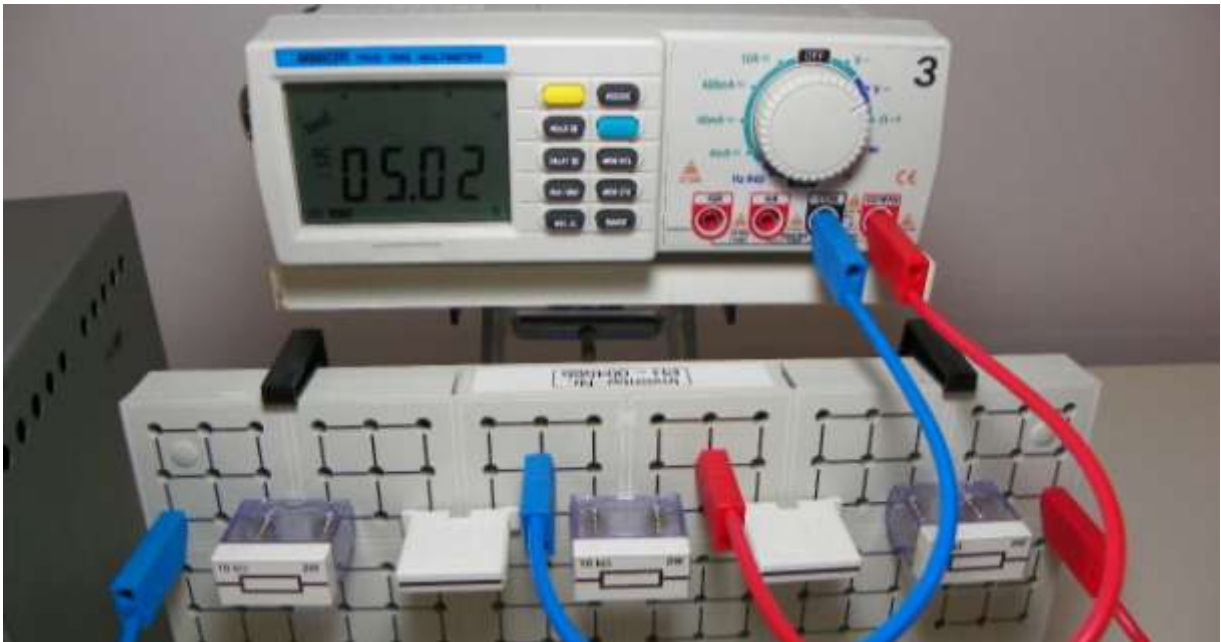
2) Drehspulmessgerät (Multimeter) Typ: Staub & Co (20962)

$$U_2 = 5,1V$$

3) Demonstrations-Messgerät Typ: AS (Leybold) 12637

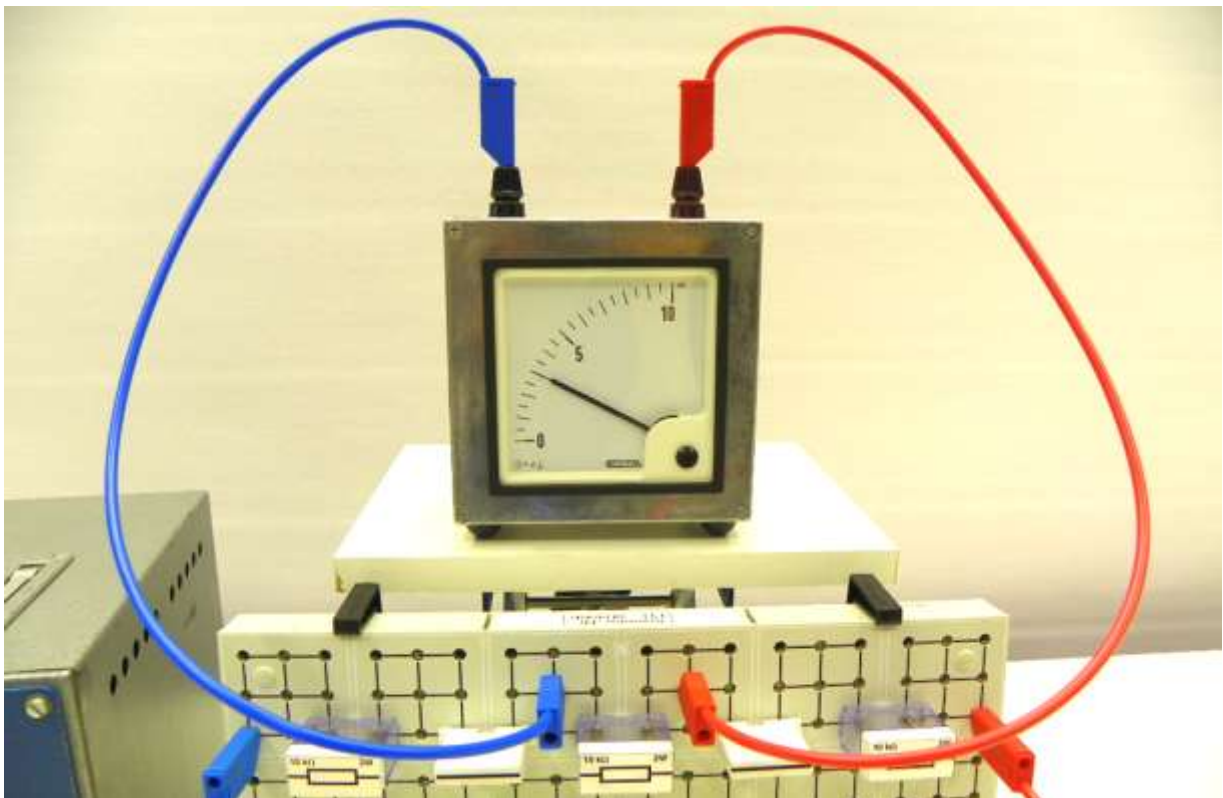
$$U_2 = 1,5V$$

4) Tisch-Digitalmultimeter Typ: Mastech M9803R



$U_2 = 5,02V$

5) Gleichspannungs-Voltmeter 10V Typ Weigel



$U_2 = 3V$

8. Versuchsauswertung

Aus dem Versuch konnten folgende Werte ermittelt werden:

Gerätetyp	Angezeigter Wert für U_2
1) Demo-Multimeter, aktiv Typ: Leybold-Didactic (531900)	5,0V
2) Drehspulmessgerät (Multimeter) Typ: Staub & Co (20962)	5,1V
3) Demonstrations-Messgerät Typ: AS (Leybold) 12637	1,5V
4) Tisch-Digitalmultimeter Typ: Mastech M9803R	5,0V
5) Gleichspannungs-Voltmeter 10V Typ Weigel	3,0V

Entgegen der Erwartung zu den Vorüberlegungen zeigen zwei der fünf Messgeräte sehr stark abweichende Ergebnisse an.

Sind die entsprechenden Messgeräte fehlerhaft oder einfach zu ungenau?

Zunächst: Die Messgeräte weisen keinen Fehler auf und die Genauigkeit wird z.B. beim Typ: Weigel mit Klasse 1,5 angegeben⁶.

Allerdings zeigt ein Blick auf die technischen Daten der Geräte, das gerade die beiden "Ausreißer" einen relativ kleinen Innenwiderstand im Vergleich zu den anderen Geräten aufweisen:

Gerätetyp	Innenwiderstand	Angezeigter Wert für U_2
1) Demo-Multimeter, aktiv Typ: Leybold-Didactic (531900)	10MΩ	5,0V
2) Drehspulmessgerät Typ: Staub & Co (20962)	10MΩ	5,1V
3) Demonstrations-Messgerät Typ: AS (Leybold) 12637	1kΩ /V	1,5V
4) Tisch-Digitalmultimeter Typ: Mastech M9803R	10MΩ	5,0V
5) Gleichspannungs-Voltmeter Typ: Weigel	10kΩ	3,0V

⁶ Das bedeutet, das die maximal zu erwartende Abweichung zum richtigen Wert wie folgt definiert wird:

Weigel, Spannungsmesser mit linearer Teilung 0 ... 10V, Klasse 1,5

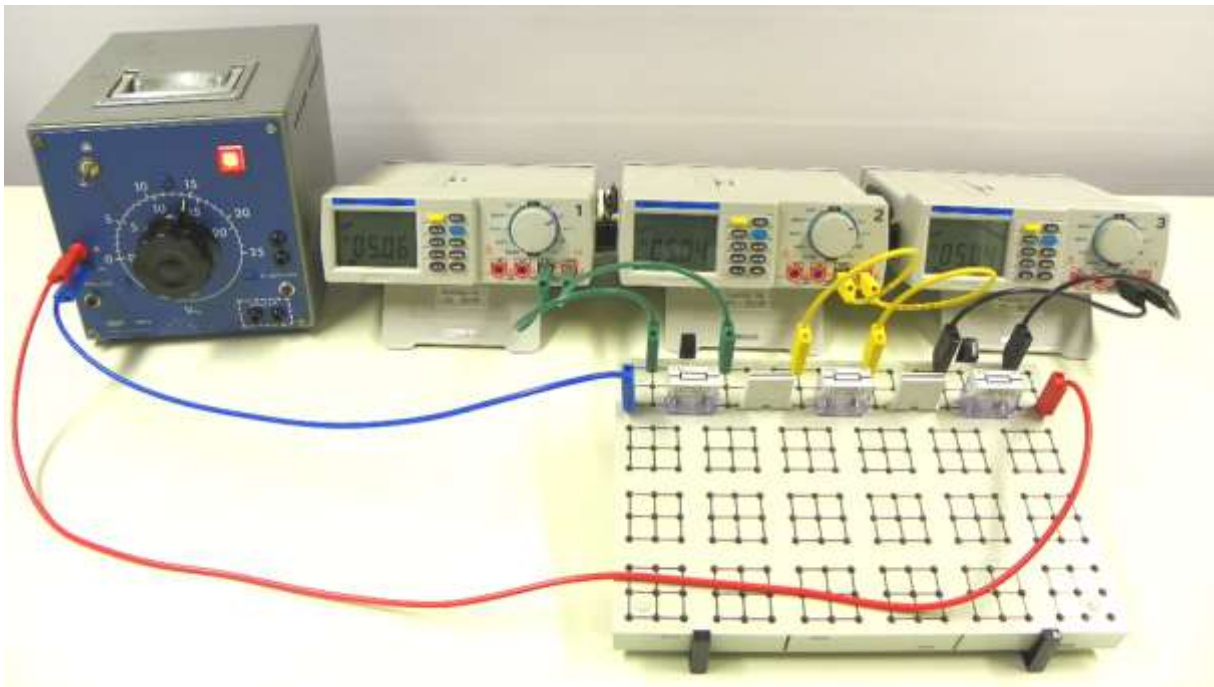
Die Grenze der Eigenabweichung ist $G = 1,5 \% \cdot 10 \text{ V} = 150 \text{ mV}$. Diese Grenze ist konstant über den gesamten Messbereich. Aber: Die relative Fehlergrenze g eines Messwertes hat nur bei 10V (also bei Vollausschlag) den Wert $g = 1,5 \%$, für jeden anderen Messwert ist sie größer. Bei den angezeigten 3V beträgt sie bereits 5%, da der Bezugswert für die relative Fehlergrenze *des Messwertes* der jeweilige Messwert ist, also:

$$g = \frac{\text{Grenze der Eigenabweichung } G}{\text{angezeigten Messwert}} = \frac{0,15 \text{ V}}{3,0 \text{ V}} = 0,05 = 5\%$$

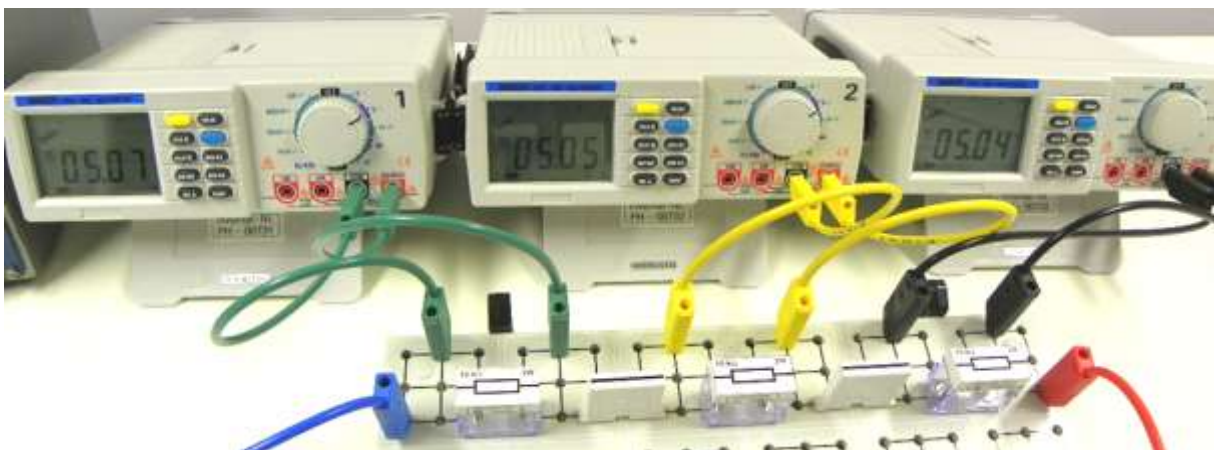
Gerade der Vergleich zwischen dem Weigel-Gerät mit $R_i = 10\text{k}\Omega$ und dem AS (Leybold) mit nur noch $1\text{k}\Omega/\text{V}$ zeigt, das ganz offenbar der Innenwiderstand des Messgerätes eine wesentliche Einflußgröße auf die Messung darstellt.

Um dies zu verdeutlichen, wird ein weiterer Versuch mit dem Weigel-Messgerät und drei untereinander baugleichen, "genauen" Messgeräten vom Typ: Mastech zur Bestätigung und Kontrolle der Annahme gestartet:

Zunächst werden die Tischmultimeter jeweils an einem Widerstand angeschlossen. Das heißt die Spannung an jedem Widerstand wird separat mit einem eigenen Voltmeter und zeitgleich gemessen. Die baugleichen Geräte stellen in dieser Anordnung ja nur noch zusätzliche Parallelwiderstände zu den Widerständen R_1 bis R_3 dar und würden so, nach den Vorüberlegungen auf Seite 4, keinen Einfluß ausüben dürfen.



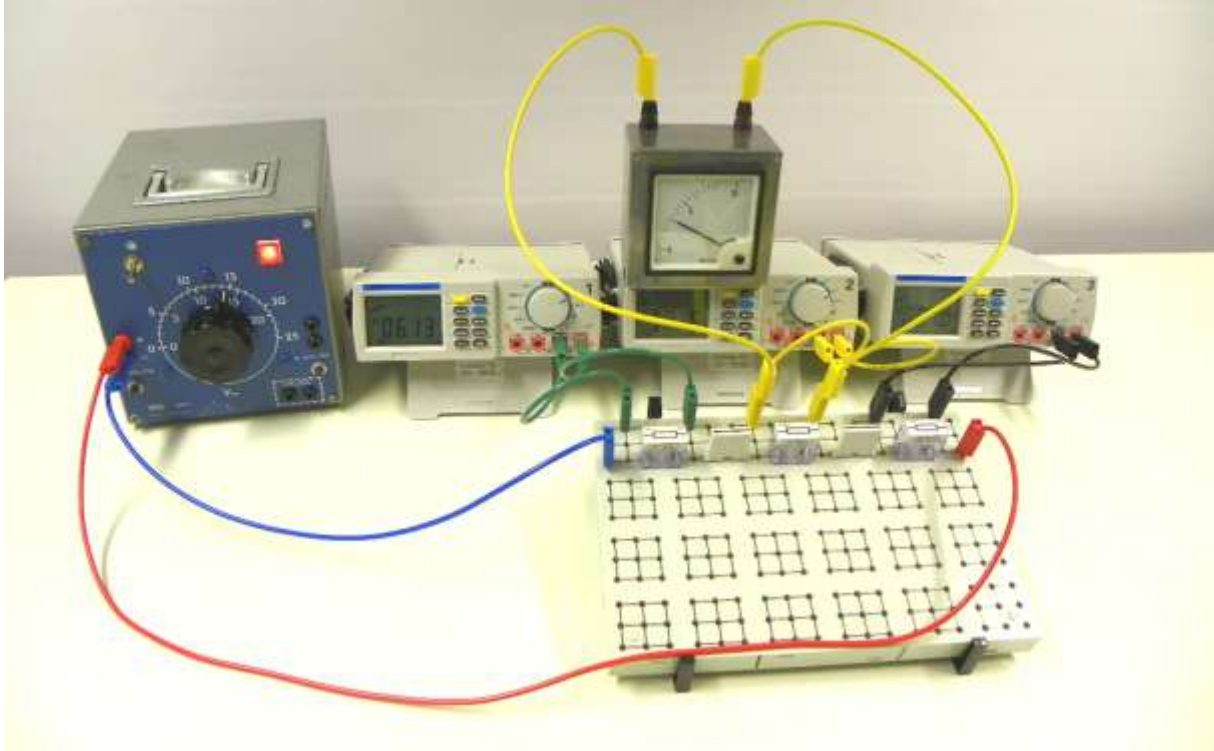
Tatsächlich zeigen alle Voltmeter in dieser Schaltung nahezu gleiche Werte⁷ an:



⁷ genau gleich wird das schon deshalb nicht möglich sein, weil die Widerstände selbst Toleranzen aufweisen!

Alle Voltmeter zeigen die erwarteten 5V an und bestätigen so die Theorie.

Jetzt wird der Aufbau geändert: Zusätzlich zu den drei Multimetern wird das Weigel-Messgerät wieder am mittleren Widerstand angeschlossen (im Bild hier: gelbe Leitungen!).



Wenn die Annahme mit dem Einfluß des Innenwiderstandes der Messgeräte korrekt ist, dann wird jetzt folgendes Verhalten erwartet:

- 1) Die beiden parallel an Widerstand R_2 angeschalteten Messgeräte zeigen beide den selben Wert an
- 2) Die an R_2 angezeigte Spannung ist kleiner als 5V, erwartet - wie vorher im Versuch - werden wieder 3V
- 3) Die beiden Messgeräte an R_1 und R_3 zeigen beide den selben Wert an, jedoch mehr als 5V, erwartet werden, wenn $U_2 = 3V$ ist, hier: $U_1 = U_3 = 6V$; aus:

$$U_{gesamt} = U_0 = \sum_{n=1}^N U_n = U_1 + U_2 + U_3$$

$$U_{gesamt} - U_2 = U_1 + U_3 = 15V - 3V = 12V$$

Und da die Widerstände R_1 und R_3 wieder gleich sind, folgt erneut, das sich die verbliebene Restspannung von 12V gleichmäßig auf diese beiden Widerstände aufteilt, also eben je 6V.

Nach Zuschalten des Weigel Gerätes zeigt sich folgende Situation:



Tatsächlich zeigen die mittleren Geräte, Weigel und Mastech, beide dieselben Werte an, und wie erwartet: 3V.



Und wie erwartet zeigen die beiden äußeren Messgeräte für U_1 und U_3 jeweils 6V an.

Damit bestätigt sich die Annahme: der Innenwiderstand eines Messgerätes hat einen wesentlichen Einfluß auf die gesamte Messung und deren Ergebnis.

Mit der Genauigkeit eines Gerätes hat das nichts zu tun, wie im letzten Versuch zu sehen ist. Denn hier zeigen die beiden mittleren Geräte ja die gleichen Werte an.

Nun läßt sich dies auch theoretisch recht anschaulich erklären:

Wird ein Messgerät in die Schaltung eingebracht, dann wirkt dessen Innenwiderstand als zusätzlich, parallel geschalteter Widerstand. Nach den Gesetzmäßigkeiten der Parallelschaltung von Widerständen wird dann aber der neue Gesamtwiderstand kleiner als der kleinste der beiden Teilwiderstände, denn es gilt für eine Parallelschaltung von Widerständen:

$$R_{\text{ges}} = \frac{1}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}}$$

oder im Spezialfall für zwei parallel geschaltete Widerstände:

$$R_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Vom Waigel-Messgerät ist bekannt, $R_i = 10k\Omega$. Wird dieses Messgerät nun parallel zu einem Widerstand, wie hier im Versuch, von ebenfalls $10k\Omega$ geschaltet, dann ergibt das einen neuen Gesamtwiderstand aus R_2 und R_i von:

$$R_{\text{ers.2}} = \frac{R_i \cdot R_2}{R_i + R_2} = \frac{10k\Omega \cdot 10k\Omega}{10k\Omega + 10k\Omega} = 5k\Omega$$

Und damit wird aus der ursprünglichen Reihenschaltung, gleicher Widerstände jetzt:

$$\begin{aligned} R_{\text{gesamt}} &= R_1 + R_{\text{ers.2}} + R_3 \\ R_{\text{gesamt}} &= 10k\Omega + 5k\Omega + 10k\Omega = 25k\Omega \end{aligned}$$

und für die Spannungen gilt dann:

aus:
$$\frac{U_{\text{gesamt}}}{R_{\text{gesamt}}} = \frac{15V}{25k\Omega} = 0,6mA$$

wird mit: $U = R \cdot I$ für:

$$\begin{aligned} U_1 &= 10k\Omega \cdot 0,6mA = 6V \\ U_2 &= 5k\Omega \cdot 0,6mA = 3V \\ U_3 &= 10k\Omega \cdot 0,6mA = 6V \end{aligned}$$

Und das war ja auch das Ergebnis der Messung, oder wie der Mathematiker so gerne schreibt: q.e.d.⁸ Es handelt sich hier übrigens um einen systematischen Fehler.

⁸ q.e.d. aus dem Lateinischen: quod erat demonstrandum = was zu beweisen war

Und das Demonstrations-Messgerät vom Typ: AS (Leybold) 12637, welchen Innenwiderstand hat das?

Nun mit den vorliegenden Daten läßt sich das leicht ermitteln:

U_2 also die Spannung am Messgerät beträgt ja nur noch 1,5V (vgl. Seite 10).

Demzufolge teilt sich die "Restspannung" auf die Widerstände R_1 und R_3 wieder gleichmäßig auf, und zwar zu:

$$U_{gesamt} - U_2 = U_1 + U_3 = 15V - 1,5V = 13,5V$$

also für: $U_1 = U_3 = 13,5V / 2 = 6,75V$

Und Strom wird dann z.B. in R_1 :

$$I = U_1 / R_1 = 0,675mA$$

Und damit wird der Ersatz-Widerstand der Parallelschaltung aus R_i und R_2 :

$$R_{ers.2} = U_2 / I = 1,5V / 0,675mA = 2,22k\Omega$$

Jetzt noch in der bekannten Formel für die Parallelschaltung:

$$R_{ers.2} = \frac{R_i \cdot R_2}{R_i + R_2} = \frac{R_i \cdot 10k\Omega}{R_i + 10k\Omega} = 2,22k\Omega$$

gibt für R_i : $R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_{ers.2}} - \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2,22k\Omega} - \frac{1}{10k\Omega}} \approx 3k\Omega$

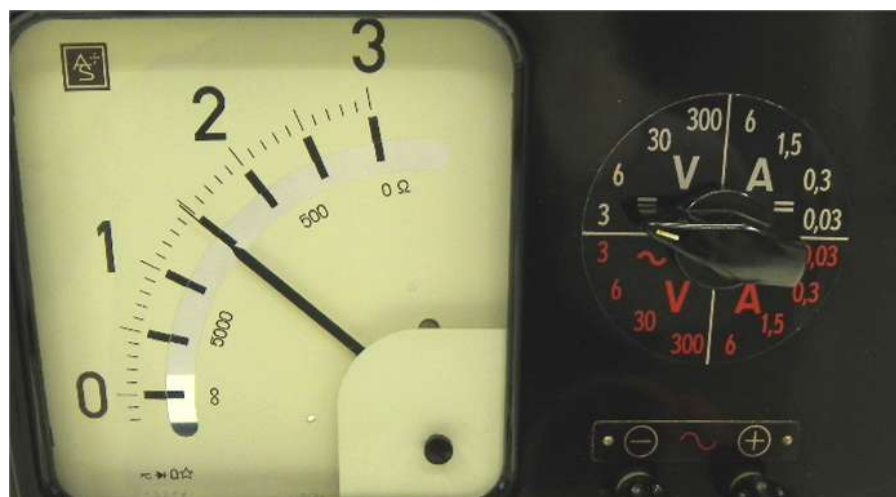
Doch wie kann das sein? Der Hersteller gibt doch an: $R_i = 1k\Omega / V$

Richtig und falsch:

Während alle anderen Hersteller einen Innenwiderstand direkt in Ohm angeben, steht hier eine auf VOLT bezogene Größe, d.h. pro Skalenteil oder Anzeige in Volt liegt ein Innenwiderstand von $1k\Omega$ zugrunde.

Und ein Vergleich mit der Abbildung zeigt ja: Die Skale des Messgerätes zeigt bei Vollausschlag 3V an (vgl. Schalterstellung und -bezeichnung, rechts), also damit:

$$R_i = \frac{1k\Omega}{V} \cdot 3V = 3k\Omega$$



9. Ausblick

Ein Voltmeter sollte, das haben die Versuche deutlich gezeigt, einen möglichst hohen Innenwiderstand aufweisen, denn bei den drei Voltmetern mit $10\text{M}\Omega$ Innenwiderstand war hier immerhin keine abweichende Anzeige feststellbar. Dennoch: Auch diese Geräte beeinflussen jede Messung. Ein - und wenn auch noch so kleiner - Strom ist immer nötig, damit eine Spannung gemessen werden kann. Und zusätzlicher Strom für das Messgerät bedeutet immer auch zusätzliche Belastung der zu messenden Spannung. Das kann, wie gezeigt, dazu führen, dass die Spannung "zusammenbricht", also nicht mehr sinnvoll messbar wird.

Gerade in der Elektrostatik treten zwar sehr hohe Spannungen im kV-Bereich auf, die Quellen können jedoch keinen besonders großen Strom liefern. Und die Beziehungen aus dem ohmschen Gesetz zeigen, daß selbst bei einem Innenwiderstand von $10\text{M}\Omega$ zur Anzeige von wenigstens 10kV immerhin noch ein Strom von 1mA nötig ist - nicht viel? Nun: Leider sind Hochspannungsquellen, wie Bandgeneratoren⁹ etc. nicht in der Lage, sehr viel mehr als vielleicht $20\text{-}30\ \mu\text{A}$ zu liefern¹⁰! Ideal wäre ein Spannungsmesser mit unendlich hohem Widerstand, doch so etwas gibt es natürlich leider nicht. Immerhin gibt es sog. *elektrostatische Voltmeter* - vgl. die Geräte von Phywe (11150.00 und 11151.00) - die diesem Idealfall doch recht nahe kommen mit einem Eingangswiderstand von $10^{14}\Omega$.



Sie nutzen die elektrostatischen Anziehungskräfte und lenken so eine empfindliche Anzeigeeinheit aus - vgl. letztes Bild oben. Ähnlich funktionieren sog. Lichtzeiger-Galvanometer.

Übrigens auch die Strommessung mit Amperemetern beeinflusst in ähnlicher Weise das Messergebnis. Hier würde ein ideales Messgerät einen Innenwiderstand von 0Ω haben sollen, denn Amperemeter werden ja in Reihe zum Verbraucher geschaltet. Und jeder zusätzliche Verbraucher, also auch das Messgerät selbst, nimmt zusätzlichen Strom auf, was den Gesamtstrom erhöht und die Messung verfälscht ($I_{\text{gesamt}} = I_{\text{Verbraucher}} + I_{\text{Amperemeter}}$). Wenn der Innenwiderstand jetzt aber nahe 0Ω liegt, dann geht nach dem ohmschen Gesetz auch der Spannungsabfall am Messgerät gegen 0, weil ja immer am höchsten Widerstand einer Reihenschaltung die höchste Spannung anliegt (denn I ist ja überall gleich $\rightarrow U = R \cdot I$) und damit auch der Strom $I_{\text{Amperemeter}}$ sehr klein wird ($I = U / R$).

⁹ vgl. **Van der Graaf Generator**

¹⁰ so angegeben für den Bandgenerator von Leybold Didactic (54170), der max. 240kV liefert, was bei Messung mit $10\text{M}\Omega$ dann schon einen Strom von mindestens 24mA erfordert!